

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования

**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

**Кафедра моделирования и системного анализа
Факультет информационных технологий и анализа больших данных**

Документ подписан усиленной неквалифицированной электронной подписью
Организация: Финансовый университет при Правительстве РФ
Утверждено: Проректор по учебной и методической работе Е.А. Каменева
Сертификат: FTNTOs8zWdttefVPu8N6AxGwSS3kW17
Дата: 02.11.2025 г.

Д.С. Набатова

Финансовая математика и ее приложения

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки:

09.03.04 - Программная инженерия,

Образовательная программа «Инженер-разработчик программного обеспечения»

Рекомендовано

*Факультет информационных технологий и анализа больших данных
(протокол № 03 от 16.12.2025 г.)*

Одобрено

*Кафедра моделирования и системного анализа
(протокол № 5 от 09.12.2025 г.)*

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Наименование дисциплины	3
2.	Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине	3
3.	Место дисциплины в структуре образовательной программы	4
4.	Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	4
5.	Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий	5
5.1.	Содержание дисциплины	5
5.2.	Учебно-тематический план	7
5.3.	Содержание семинаров	8
6.	Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	9
6.1.	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	9
6.2.	Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю	11
7.	Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	14
8.	Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	19
9.	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	19
10.	Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	21
11.	Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем	21
12.	Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	22

1. Наименование дисциплины

«Финансовая математика и ее приложения».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	1. Демонстрирует знания основных методов математического анализа и моделирования, применяет их на практике для решения задач профессиональной деятельности.	знать: - основы естественных наук, математики и информатики, используемые при решении прикладных задач в экономике и финансах уметь: - формулировать математические модели прикладных задач
		2. Проводит теоретические исследования по выбранной области профессиональной деятельности.	знать: - основные концепции и теории, связанные с прикладной математикой, необходимые для решения экономических задач уметь: - применять основные математические модели для количественного и качественного исследования математических моделей, которые формируются при решении прикладных задач в области финансов
		3. Проводит численные эксперименты на основе математических или информационных методов, делает выводы и обосновывает их.	знать: - основные модели принятия оптимальных инвестиционных решений, методы построения оптимальных портфелей ценных бумаг уметь: - корректно применять модели и методы финансовой математики для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов в сфере финансов; правильно интерпретировать и анализировать результаты исследования

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Финансовая математика и ее приложения» относится к «Циклу математики и информатики».

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Очно-заочная форма обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 3 (в часах)
Общая трудоёмкость дисциплины	4/144	144
Контактная работа-Аудиторные занятия	30	30
Лекции	4	4
Семинары, практические занятия	26	26
Самостоятельная работа	114	114
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Экзамен	Экзамен

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Тема 1. Основы классической финансовой математики

1.1. Простые и сложные проценты. Типы процентных ставок. Эффективная процентная ставка. Учетная ставка. Процентные ставки в условиях инфляции. Формула Фишера.

1.2. Денежные потоки. Приведенная стоимость потока. Современная и будущая стоимость финансового потока. Регулярные потоки платежей. Ренты. Конверсия и консолидация финансовых потоков.

1.3. Инвестиционные проекты. Числовые показатели эффективности инвестиционных проектов. Внутренняя норма доходности.

Тема 2. Инструменты фиксированной доходности

2.1. Математическая модель облигации. Основные характеристики облигации. Текущая стоимость облигации. Доходность к погашению.

2.2. Дюрация потока платежей. Дюрация облигации. Дюрация портфеля облигаций. Выпуклость облигации. Хеджирование риска изменения процентной ставки. Теорема об иммунизации.

2.3 Управление портфелем облигаций.

Тема 3. Портфельный анализ

3.1. Основные понятия. Доходность и риск. Постановка задачи построения оптимального портфеля. Множество допустимых портфелей. Эффективная граница. Портфель из двух ценных бумаг.

3.2. Модель Марковица. Портфель минимального риска и заданной доходности.

3.3. Оптимальный портфель при наличии безрискового актива. Касательный портфель. Теорема о разделении.

3.4. Факторные модели. Однофакторная модель доходности. Рыночная модель и диверсификация. Модель оценки финансовых активов (CAPM). Системный и несистемный риски. Коэффициент Шарпа. Арбитражная теория ценообразования и факторные модели.

Тема 4. Производные финансовые инструменты. Опционы

4.1. Основные сведения о фьючерсах и опционах. Производные инструменты и хеджирование рисков.

4.2. Торговые стратегии, основанные на опционах. Паритет цен европейских опционов покупателя и продавца.

4.3. Биномиальная модель ценообразования. Однопериодная и многопериодная модель. Оценка опционов в рамках биномиальной модели. Модель Кокса-Росса-Рубинштейна.

4.4. Модель Блека-Шоулза. Уравнение Блека-Шоулза.

5.2. Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование тем(разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах				
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоя тельная работа
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практическ ие занятия	
1	Основы классической финансовой математики	33	7	1	6	26
2	Инструменты фиксированной доходности	35	7	1	6	28
3	Портфельный анализ	41	9	1	8	32
4	Производные финансовые инструменты. Опционы	35	7	1	6	28
	Итого	144	30	4	26	114

5.3. Содержание семинаров

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях	Формы проведения занятий
Основы классической финансовой математики	Простые и сложные проценты: типы процентных ставок, эффективная процентная ставка, учетная ставка, процентные ставки в условиях инфляции. Денежные потоки: Приведенная стоимость потока, современная и будущая стоимость финансового потока. Инвестиционные проекты: числовые показатели эффективности инвестиционных проектов. Чистый приведенный доход. Внутренняя норма доходности. Регулярные финансовые потоки. Ренты. Р-срочные ренты с кратным начислением процентов	Опрос. Проверка самостоятельной работы. Решение задач в интерактивной форме.
Инструменты фиксированной доходности	Облигации: математическая модель облигации. Основные характеристики облигации. Хеджирование риска изменения процентной ставки: дюрация потока платежей, дюрация облигации, дюрация портфеля облигаций	Опрос. Проверка самостоятельной работы. Решение задач в интерактивной форме.
Портфельный анализ	Оптимальный портфель рискованных активов: доходность и риск, портфель из двух ценных бумаг, множество допустимых портфелей, построение оптимального портфеля. Модель Марковица. Портфель минимального риска и заданной доходности. Портфель Тобина при наличии безрискового актива. Построение оптимального портфеля с ограничениями: нахождение угловых точек, построение оптимального портфеля при запрещенных коротких позициях.	Опрос. Проверка самостоятельной работы. Решение задач в интерактивной форме.
Производные финансовые инструменты. Опционы	Основные производные финансовые инструменты: форварды, фьючерсы, свопы, опционы. Хеджирование рисков. Европейские и американские опционы. Опционы покупателя и продавца. Паритет цен европейских опционов покупателя и продавца.	Опрос. Проверка самостоятельной работы. Решение задач в интерактивной форме.

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Основы классической финансовой математики	Инфляция и ее влияние на доходность вложений. Бессрочные ренты. Схемы погашения кредита. Конверсия рент. Выкуп Рассрочка. Кредитные каникулы.	Разбор вопросов по теме занятия; подготовка к семинарским и практическим занятиям; выполнение домашних заданий; изучение рекомендованных к занятию литературных источников
Инструменты фиксированной доходности	Конвекция облигаций. Влияние конвекции на изменение текущей стоимости облигаций.	Разбор вопросов по теме занятия; подготовка к семинарским и практическим занятиям; выполнение домашних заданий; изучение рекомендованных к занятию литературных источников
Портфельный анализ	Нахождение касательного портфеля. Модель CAPM.	Разбор вопросов по теме занятия; подготовка к семинарским и практическим занятиям; выполнение домашних заданий; изучение рекомендованных к занятию литературных источников
Производные финансовые инструменты.	Биномиальная модель ценообразования. Однопериодная и многопериодная модель. Оценка опционов в рамках биномиальной модели.	Разбор вопросов по теме занятия; подготовка к

Опционы		семинарским и практическим занятиям; выполнение домашних заданий; изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
---------	--	---

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примерные вопросы для подготовки к контрольной работе

1. Простые и сложные проценты. Эффективная процентная ставка. Вексель. Учетная ставка. Процентные ставки в условиях инфляции. Формула Фишера
2. Денежные потоки: Современная и будущая стоимость потока. Внутренняя норма доходности.
3. Регулярные потоки платежей. Простая рента. Р-срочная рента с кратным начислением процентов. Замена рент.
4. Облигации: математическая модель облигации. Основные характеристики облигации. Доходность к погашению.
5. Текущая стоимость облигации.
6. Дюрация облигации, дюрация портфеля облигаций.
7. Доходность и риск портфеля ценных бумаг.
8. Портфель Марковица минимального риска.

Примерные задания контрольной работы

1. Определить период начисления, за который начальный капитал в размере 20000 руб. вырастет до 30000 руб., если ставка простых процентов равна 5% годовых.

2. Вычислить внутреннюю норму доходности финансового потока

$$CF = \{(0; -110), (1; 75), (2; 125), (3; 140)\}.$$

3. Текущую задолженность в 150 млн. руб. договорились погасить в рассрочку с помощью одинаковых платежей, вносимых 6 лет подряд в конце каждого года по ставке 12% сложных годовых. Определить величину каждого платежа.

4. Найти текущую стоимость облигации номинальной стоимостью 100000 руб., сроком до погашения 5 лет и ежегодными выплатами по купонной ставке 8% при годовой процентной ставке 12%.

5. Срок погашения облигации 10 лет, доходность к погашению равна 10%, годовая купонная ставка 5%. Найти дюрацию облигации.

6. Ценовые доли активов в портфеле относятся как 3:2. Ожидаемые доходности активов равны: , . Ковариационная матрица равна: . Найти портфель, его ожидаемую доходность и риск.

7. На рынке присутствуют два актива с ожидаемыми доходностями: , и ковариационной матрицей

.

Найти портфель минимального риска его доходность и риск.

Дополнительная информация

Текущий контроль успеваемости осуществляется в ходе учебного процесса и консультирования студентов, по результатам выполнения ими самостоятельных работ. Основными формами текущего контроля знаний являются:

решение задач на компьютере, описание сути и технологии решения задач;

ответы на вопросы Примерного перечня вопросов для промежуточного тестирования.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. *Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине.*

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

1) 1. Демонстрирует знания основных методов математического анализа и моделирования, применяет их на практике для решения задач профессиональной деятельности.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: - основы естественных наук, математики и информатики, используемые при решении прикладных задач в экономике и финансах

Уметь: - формулировать математические модели прикладных задач

Типовые контрольные задания

1. Инвестор располагает капиталом в 500 тыс. руб. Как целесообразнее разместить капитал: в облигации с купонными выплатами 3% раз в полгода или на депозит по ставке 5,5% годовых с капитализацией процентов раз в квартал.

2) 2. Проводит теоретические исследования по выбранной области профессиональной деятельности.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: - основные концепции и теории, связанные с прикладной математикой, необходимые для решения экономических задач

Уметь: - применять основные математические модели для количественного и качественного исследования математических моделей, которые формируются при решении прикладных задач в области финансов

Типовые контрольные задания

1. Какой срок необходим для формирования фонда строительства больницы 200 млн руб. при внесении денежных средств на счет ежемесячно в сумме 400 тыс. руб. Годовая ставка 5%.

3) 3. Проводит численные эксперименты на основе математических или информационных методов, делает выводы и обосновывает их.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: - основные модели принятия оптимальных инвестиционных решений, методы построения оптимальных портфелей ценных бумаг

Уметь: - корректно применять модели и методы финансовой математики для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов в сфере финансов; правильно интерпретировать и анализировать результаты исследования

Типовые контрольные задания

1. Используя результаты торгов для трех ценных бумаг, определить выборочные характеристики доходности и риска. Найти оптимальный портфель минимального риска и заданной доходности для данных бумаг.

Примеры практико-ориентированных заданий

1. На сумму 100 тыс. руб. в течение трех месяцев начислялись простые проценты по ставке 4% годовых. За каждый месяц цены росли соответственно на 1,5%, 1,2% и 1%. Найти наращенную сумму с учетом инфляции.

2. Вексель стоимостью 150000 рублей учитывается за три года до погашения по сложной ставке 4% годовых. Найти сумму, которую получит векселедержатель и величину дисконта.

3. Текущую задолженность в 150 млн. руб. договорились погасить в рассрочку с помощью одинаковых платежей, вносимых 6 лет подряд в начале каждого года по ставке 7,5% сложных годовых. Определите величину каждого платежа

4. Найти модифицированную дюрацию облигации, задаваемой потоком платежей:

при годовой процентной ставке 6%. Используя полученное значение модифицированной дюрации, найти относительное изменение текущей стоимости облигации при увеличении годовой процентной ставки на 1 процентный пункт.

5. На рынке присутствуют два актива с ожидаемыми доходностями: , и ковариационной матрицей

.

Найти портфель минимального риска из портфелей доходности не менее

а) 18%; б) 12% и его риск.

6. На рынке присутствуют три актива с ожидаемыми доходностями: , , и ковариационной матрицей

.

Найти портфель минимального риска с ожидаемой доходностью и его риск. Составить уравнение минимальной границы.

Примерные вопросы для подготовки к экзамену

Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену:

1. Временная и денежная шкалы.
2. Процентная ставка Простые и сложные проценты.
3. Эквивалентность ставок в схеме сложных процентов.
4. Дисконт. Учетная ставка. Векселя.
5. Инфляция.
6. Финансовые потоки. Будущая и современная стоимость финансового потока.
7. Внутренняя норма доходности.
8. Регулярные потоки. Ренты.
9. Финансовые операции с ценными бумагами. Облигации.
10. Свойства облигаций. Дюрация и конвекция.

11. Основные понятия портфельного анализа. Оптимальный портфель.

12. Оптимальный портфель при наличии безрисковой бумаги.

13. Однофакторная модель доходности.

14. Модель CAPM/

15. Паритет цен европейских опционов.

16. Биномиальная модель.

Пример экзаменационного билета

1. Найти величину вклада, размещенного в банке на срок 5 лет под 4% годовых, если начальная величина вклада равна 150000 рублей и проценты начисляются ежемесячно. (15 баллов)

2. Заменить ренту сроком 6 лет с ежегодными платежами по 150000 рублей при сложной ставке 12% годовых на ренту сроком 5 лет при сложной ставке 10% годовых. Определить ежегодные платежи новой ренты. (15 баллов)

3. Срок погашения облигации 6 лет, доходность к погашению равна 8%, годовая купонная ставка 6%. Найти дюрацию облигации. (15 баллов)

4. Инвестор купил европейский опцион на покупку акции с ценой исполнения 200 руб., заплатив премию 8 руб. Срок опциона полгода. Безрисковая ставка составляет 5% годовых. Определите рыночный результат для инвестора, если рыночная цена актива в момент наступления срока контракта составляет 210 руб. (15 баллов)

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Брусов, П.Н. Финансовая математика : Учебное пособие / П.Н. Брусов, Т.В. Филатова, Н.П. Орехова [и др.]. Электрон. дан. Москва : КноРус, 2022 258 с. Режим доступа: book.ru Internet access <https://book.ru/book/942413> ISBN 978-5-406-08878-4. [БИК ID: RU\bookru\bibl\942413]
2. Набатова, Д.С. Финансовая математика в таблицах Excel : Учебное пособие / Д.С. Набатова, В.В. Угрозов Электрон. дан. Москва : КноРус, 2023 214 с. Режим доступа: book.ru Internet access <https://book.ru/book/949736> ISBN 978-5-406-11812-2. [БИК ID: RU\bookru\bibl\949736]
3. Бабайцев, Владимир Алексеевич Математические методы финансового анализа : учебное пособие для вузов / В. А. Бабайцев, В. Б. Гисин. 2-е изд., испр. и доп Электрон. дан. Москва : Юрайт, 2025 169 с (Высшее образование) URL: <https://urait.ru/bcode/532392> (дата обращения: 08.04.2025). Режим доступа: Электронно-библиотечная система Юрайт, для авториз. пользователей <https://urait.ru/bcode/532392> ISBN 978-5-534-17101-3 : 949.00. [БИК ID: RU2fURAIT2f532392]

Дополнительная литература:

1. Касимов, Ю.Ф. Основы финансовых вычислений. Портфели активов оптимизация и хеджирование : Учебник / Ю.Ф. Касимов, М.С. Аль-Натор, А.Н. Колесников Электрон. дан. Москва : КноРус, 2022 322 с. Режим доступа: book.ru Internet access <https://book.ru/book/943883> ISBN 978-5-406-09847-9. [БИК ID: RU\bookru\bibl\943883]

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/> (<http://library.fa.ru/files/elibfa.pdf>)
2. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
3. Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека ОНЛАЙН" <http://biblioclub.ru/>

4. Электронно-библиотечная система издательства "Лань" <https://e.lanbook.com/>
5. Образовательная платформа "ЮРАЙТ" <https://urait.ru/>
6. Информационно-образовательный портал Финуниверситета: <https://org.fa.ru>
7. "Деловая онлайн библиотека" издательства "Альпина Паблишер" <http://lib.alpinadigital.ru/en/library>
8. •Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
9. •Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
10. •Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znanium.ru/>
11. •Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
12. •Электронно-библиотечная система издательства Лань <https://e.lanbook.com/>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Студентам при подготовке следует использовать нормативные документы Финансового университета, Методические рекомендации по планированию и организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов по образовательным программам бакалавриата и магистратуры в Финансовом университете, утвержденные приказом Финуниверситета от 11.05.2021 г. № 1040 (см. сайт Финансового Университета: на главной странице раздел «Наш университет»; далее «Единая правовая база Финуниверситета»).

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

Комплект лицензионного программного обеспечения:

1. Kaspersky
2. Microsoft Office (Windows)
3. Windows
4. Astra Linux
5. Libre Office

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Информационно-правовая система «Гарант»
2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»
3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>
4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» - <http://www.skrin.ru/>

Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации: не предусмотрены.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. Учебная аудитория для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, в том числе групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения: мебель аудиторная (столы, стулья, доска аудиторная), набор демонстрационного оборудования (проектор, экран)

2. Компьютерный класс для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, в том числе групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенный оборудованием и техническими средствами обучения: мебель аудиторная (столы, стулья, доска аудиторная), персональные компьютеры, набор демонстрационного оборудования (проектор, экран)